

Wendestellen – Arbeitsauftrag

*Vergessen Sie nicht, auch Ihre Überlegungen und Irrwege mit aufzuschreiben!
Schauen Sie nicht sofort ins Buch, sondern denken Sie erst einmal selbst nach!*

Beim Straßenbau kann man Funktionen dazu verwenden, den Verlauf von Straßen und Kurven zu modellieren, zu zeichnen und zu berechnen. In diesem Fall muss man auch berechnen können, ob eine Kurve eine Linkskurve oder eine Rechtskurve ist. Interessant sind auch die Punkte, in denen eine Linkskurve in eine Rechtskurve übergeht – wenn also das Lenkrad gerade steht.

Ob man eine Linkskurve oder eine Rechtskurve fährt, hängt natürlich nicht nur von der Straße ab, sondern auch von der Richtung ab, in der man fährt. Damit es nicht zu solchen Verwechslungen kommt, legt man fest, dass man die mathematische Kurve immer von $-\infty$ nach $+\infty$ „abfährt“.

Zentrale Frage: Wie kann man das Krümmungsverhalten einer Funktion rechnerisch untersuchen?

Als Beispiel sollen Sie die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - 2x^2$ untersuchen. Wo sind Linkskurven, wo sind Rechtskurven? Entweder Sie überlegen es sich selbst oder Sie führen einige der folgenden Punkte durch:

1. Zeichnen Sie das Schaubild und markieren Sie Links- und Rechtskurven!
2. Zeichnen Sie darunter das Schaubild der ersten Ableitung! Wie verhält sich f' , wenn f eine Linkskurve macht, und wie bei einer Rechtskurve?
3. Formulieren Sie Ihre Überlegungen auch mit Hilfe der zweiten Ableitung! (Denken Sie an den Monotoniesatz!)
4. Wir suchen nun die Stellen, an denen eine Links- in eine Rechtskurve übergeht und umgekehrt. Solche Stellen heißen *Wendestellen* (die zugehörigen Punkte im Schaubild heißen logischerweise *Wendepunkte*). Wie findet man solche Stellen mit Hilfe der Schaubilder der ersten und zweiten Ableitung?
5. Formulieren Sie (wie bei Extremstellen) eine notwendige und zwei hinreichende Bedingungen für Wendestellen!
6. Was ist der Unterschied zwischen Wendestellen von f und Extremstellen von f' ?
7. Schreiben Sie sich ein „Kochrezept“ auf, wie man Wendestellen findet!
8. Jetzt können Sie Ihre Überlegungen mit dem Buch vergleichen!

Für alle, die noch ein Stückchen weiterdenken möchten:

9. Untersuchen Sie mit Hilfe der üblichen Kriterien die Funktionen $f(x) = x^4$ und $f(x) = x^3$ auf Extrem- und Wendestellen! Was läuft hier schief?

Übungen:

leicht: S. 175 / 3, 4

mittel: S. 175 / 7, 9

schwer: S. 175 / 10, 11